

기하탐구 교수-학습을 위한 자료 제작

민은기(세종과학예술영재학교)

1. 기하탐구 교수-학습 자료 제작

1) 지오지브라 등을 활용하여 제작한 수학 교수-학습 자료를 개인홈페이지 및 앱에 탑재하여 학생들이 언제든지 필요할 때 예습 및 복습을 할 수 있도록 돕고, 여러 수학교사들과 공유함

2010년도부터 수학교수-학습을 위해 교사와 학생들에게 도움을 주고자 모든 자료를 공개를 원칙으로 오로지 “수학 교수-학습”에 관련된 내용만을 담고 있는 개인홈페이지 (<http://min7014.iptime.org>)를 운영하고 있다. 본 홈페이지의 자료는 회원가입 없이도 모두 볼 수 있도록 공개하고 있고 주로 컴퓨터기반의 환경에서 수업을 할 때 활용할 수 있도록 되어있으며 학생들이 어려워하는 증명이나 기하 특히, 논증기하를 애니메이션을 통해 움직임을 부여하여 이해가 쉽도록 설명하고 있습니다. 2014년도부터는 영문으로도 작성하여 탑재하고 있다.

만든 순서별
처음 수학자료실

반드시 Adobe reader 를 설치 후에 자료
자료는 Geogebra와 Tex의 beamer를 이용하여 만든 것입니다.
수업에 사용하기 쉽게 pdf파일로 재편집한 자료입니다.
또한, 강의를 올려놓았습니다.

20150710 : 모든 포물선은 닮음이다.(All parabolas are similar.)
20150529 : $x^2 \text{ over } a^2 - y^2 \text{ over } b^2 = -1$ 쌍곡선 그리기.(Dr <http://me2.do/5SobYmGm>)
20150427 : ggb problem : <http://me2.do/GjJHhKm> 포물선이 주 draw the directrix and the focus of the parabola.) : <http://me2.do/5SobYmGm>
20150418 : 원에 관한 부등식의 영역(Area of inequality about a circle)
20150415 : 준선과 초점이 있고, 초점을 시작점으로 하는 반직선 directrix and a focus when a ray starting from the focus is ggb <http://me2.do/FH3yj8tP> gif : <http://me2.do/xEz3FBYg> ggb pro
20150415 : 준선과 초점이 있고, 준선 상의 한 점을 지나는 수직 a directrix and a focus when a perpendicular line passing a p

[홈페이지의 자료만든순서별]

민은기선생님의 수학자료실
Min Eun Gi

제거 열기

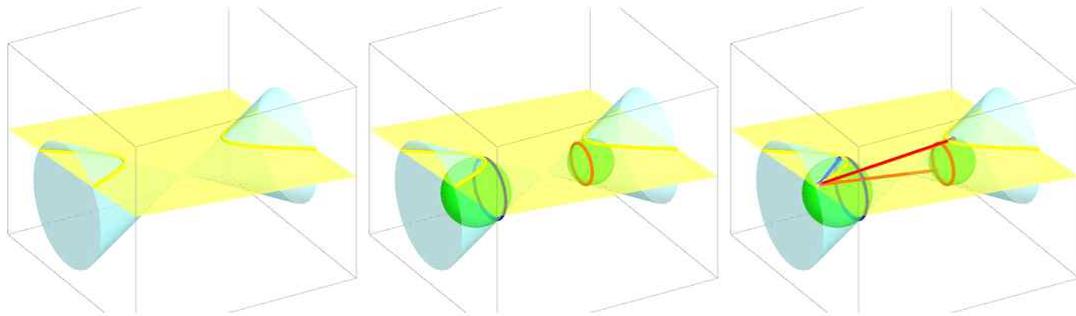
1,000 다운로드 수 4.2 ★★★★★ 교육 유사 항목

민은기선생님의 수학자료실 입니다.

<http://me2.do/x2J5tM6E>

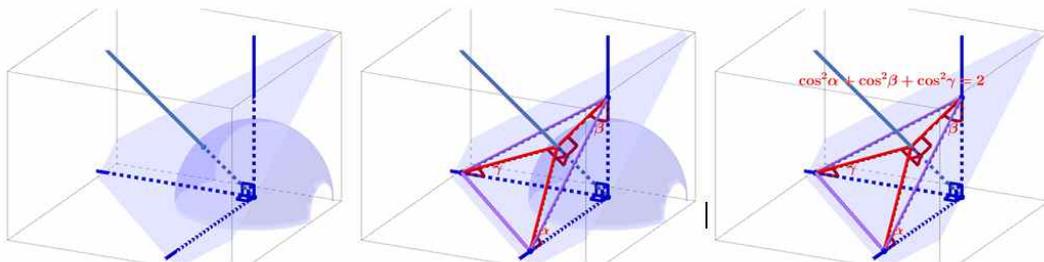
2) 당드랑 구를 이용한 쌍곡선의 이해 <http://me2.do/xDNtvDZ5>

기하와 벡터 중 이차곡선 수업에서 포물선, 타원, 쌍곡선 세 가지 이차곡선을 직원뿔에 구를 접하도록 넣었을 때의 상황으로 즉, 당드랑의 구로 이차곡선을 교과서와는 다른 측면에서 설명하였다. 본 교수-학습 자료는 애니메이션을 포함하고 있어 이차곡선이 생성되는 과정을 보여줌으로써 직관으로 먼저 이해를 한 후 엄밀한 증명을 하도록 해 준다.



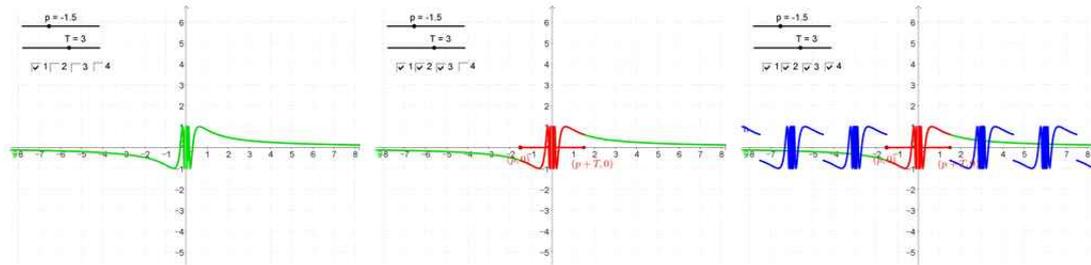
3) 공간좌표에서의 증명 <http://me2.do/GvoGqzOb>

공간좌표에서 평면이 각 각의 축과 이루는 각이 α, β, γ 일 때, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 2$ 증명하는 문제를 수업시간에 다루게 되었는데 이걸 평면의 그림으로 나타내면 학생들은 공간을 다룬지 얼마 되지 않은 상황이라 어려워하는 경향이 있었다. 따라서 지오지브라를 이용하여 증명과정을 단계적으로 시각화 하여 나타냄으로써 이해를 돕고 수업이 끝난 후에도 모든 자료는 홈페이지와 앱에 공개됨으로 자기주도적 학습이 가능하도록 해 준다.



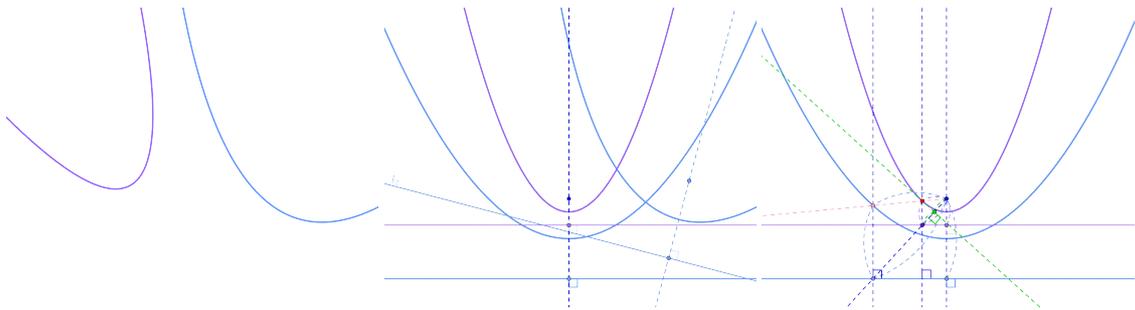
4) 주기함수의 그래프 그리기 <http://me2.do/F9ILLCIE>

여러 가지 주기함수를 함수의 종류와 주기에 따라 원하는 대로 그릴 수 있는 교수-학습 자료이다. 다양한 주기함수의 경향성을 볼 수 있고, 주기에 따른 함수의 그래프의 변화 과정을 볼 수 있어서 주기함수를 이해하는데 도움이 된다. 특히 삼각함수 수업 시에 잘 활용되어 질 수 있는 자료이다.



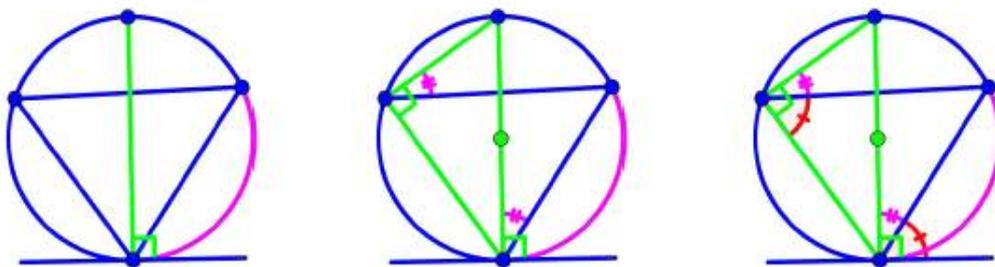
5) 모든 포물선은 닮음이다. <http://me2.do/F9ILLCIE>

가장 최근에 만든 수업자료이다. 수업 중 여러 가지 질문과 그로부터 파생된 여러 아이디어 중 나름 의미가 있다고 여겨지는 것을 수업 자료로 만들었다.



6) 원과 접선 <http://me2.do/57apyUjG>

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.(현과 접선의 각이 예각일때)



2. 학생들의 수학적 탐구심 고취를 위한 R&E, STEAM R&E 활동

학생들의 수학적 탐구심을 고취하고 연구기초 능력 함양을 위해 실시되는 교내 탐구논총대회에서 '볼록 n각형에 내접하는 n각형의 최소둘레의 측정'이라는 주제로 학생들을 지도하여 최우수상을 받았다. 수학적 탐구라는 것이 어려운 것이 아니라 수업시간에 배운 내용을 심화하고 확장하고, 일반화하는 과정을 스스로 해보는 것이 바로 수학적 탐구이자 연구가 되는 것으로, 결코 시도해 보는 것이 어려운 것이 아니라는 것을 학생들에게 알려주는 계기가 되었다. 탐구논총대회에 수학적분야로 참여하는 학생들이 많지 않아 그런 교내의 분위기를 바꾸고 싶었다. 그래서 학생들에게 수학적 탐구의 주제가 멀리 있는 것이 아니고 사소한 것에서 출발하여 훌륭한 수학적 결론으로 맺어질 수 있다는 것을 알게 하고 일상생활에 수학을 가지고 고민해보고 연구해 보는 자세를 가지고 도전해 볼 수 있도록 하였다.

또, 학생들에게 수학의 유용성과 수학의 힘을 느낄 수 있는 기회를 갖기 위해 한국과학창의재단에서 실시하는 STEAM R&E에 '미분 방정식과 Excel VBA를 활용한 금융시장 변화에 측에 대한 연구'라는 주제로 참여하였다.

수 학

**볼록 n각형에 내접하는
n각형의 최소둘레의 결정**

연구요약설명

볼록 n각형에 내접하는 n각형의 최소둘레를 결정하는 과정에서 최소둘레를 갖는 내접 n각형의 존재성을 판단하고 존재하지 않을 경우에 극한적으로 결정함으로써 볼록 n각형에 내접하는 n각형의 최소둘레를 결정할 수 있다.

연구내용

I. 동기 및 목적
수학의 정석-수학(하)의 연습문제 37-23의 문제와 해설을 보고 정석의 해설은 수학적 엄밀함이 부족하다는 것을 깨달았다. 이에 착안하여, 이번 연구에서는 임의의 삼각형에 내접하는 삼각형의 최소둘레를 결정하고, 이를 확장하여 볼록 n각형에 내접하는 볼록 n각형의 최소둘레를 어떻게 결정하는지에 대해 해석학적 도구를 사용하여 연구하고자 한다.

II. 탐구 내용
1. 임의의 삼각형에 내접하는 삼각형의 최소둘레 결정
가. 최소둘레를 결정하는 내접삼각형의 꼭짓점 결정
나. 최소둘레를 갖는 내접삼각형의 존재성
다. 최소둘레를 갖는 내접삼각형의 극한적 결정
2. n각형으로의 확장
가. 홀수각형으로의 확장
나. 짝수각형으로의 확장
다. n각형으로의 확장

III. 탐구 과정
1. 임의의 삼각형에 내접하는 삼각형의 최소둘레 결정
최소둘레를 결정하는 내접 삼각형의 꼭짓점을 결정하기 위해 삼각형을 x/y 평면의 1사분면에 설정한다.

IV. 탐구 결과
예각삼각형일 경우 내접삼각형은 존재하였고, 직각, 둔각일 경우 존재하지 않았다. 극한적 결정을 통해 임의의 삼각형의 최소둘레를 갖는 내접삼각형은 수선을 이용하여 결정할 수 있었다.

가. 최소둘레를 결정하는 내접삼각형의 꼭짓점 결정
 x 축 위의 한 점이 결정된다면, 대칭이동을 통해 그 점을 꼭짓점으로 갖는 최소둘레의 내접삼각형을 결정할 수 있다. 여기서 미분을 이용하여 내접삼각형의 둘레를 최소화하는 x 축 위의 점을 결정할 수 있었다.

나. 존재성
임의의 삼각형을 $y \geq 0$ 에 설정하고, 원점에서의 각을 최대각으로 한다. 여기서 예각, 직각, 둔각삼각형일 때 직선 l 을 결정하고, l 의 y 절편을 구하여 존재성을 판단할 수 있다.

다. 극한적 결정
최소둘레의 내접삼각형이 존재하지 않는 경우, n각형으로의 확장을 위해 극한적으로 결정한다.

2. n각형으로의 확장
삼각형과 마찬가지로, 각 변에 대해 점을 차례로 대칭이동시킴으로써 최소둘레를 결정할 수 있었다. 이때 최소둘레를 결정하는 것은 최종적으로 대칭된 점의 좌표이므로 그 점의 좌표를 결정하는 점화식을 구하였다.

V. 결론 및 계언
임의의 볼록n각형을 해석학적 도구로 표현하였기 때문에 직접적인 해를 구할 수는 없었으나, 각 변의 직선의 방정식을 알다면 충분히 계산할 수 있었다. 위의 점화식과 최종적으로 구해낸 x 값을 계산하는 프로그램을 MATLAB을 이용하여 제작해 본다면 보다 의미 있는 연구가 되겠지만, 직각, 둔각 삼각형의 경우처럼 극한적 결정이 요구되는 경우에 대한 처리가 까다롭기 때문에 많은 노력이 필요할 것으로 예상된다.

VI. 참고 문헌
[1] 홍성대, 실력 수학의 정석 수학 하, 성지출판, 2012, pp.292

연구요약설명

동아리명 : MMM
참여학생 : 김동률, 고재혁, 박수빈
지도교사 : 민은기 선생님

- 4 -

3. 융합교육활동인 수학-정보 동아리 운영: 컴퓨터 프로그래밍언어를 통한 수 학문제 다시 바라보기

수학-정보동아리인 POINTER라는 동아리를 만들어 수학과 정보라는 두 학문이 융합된 동아리 활동을 학생들이 할 수 있도록 지도하고 있다. 이 동아리는 수열문제를 컴퓨터프로그래밍 언어인 C++을 이용하여 알고리즘을 짜서 풀어보는 활동 및 대표적인 확률 문제인 몬티 홀 문제에 대한 코드 작성 실습, 비선형 방정식의 해법에 대한 학습을 통하여 컴퓨터 연산의 이해와 비선형 방정식 해법의 코드를 작성하는 활동을 한다. 동아리 학생들은 컴퓨터 프로그래밍언어로 수학문제를 해결하는 과정을 통하여 수학문제를 다른 시각으로 바라보는 경험을 하게 되었다.

이런 활동이 학생들에게 논리력을 신장하고 수학이 다른 학문과 어떻게 융합되고 관련되어 질 수 있는지 인식할 수 있도록 하는 기회의 제공이 되었다. 더불어 수학에 관심이 적었던 학생들에게는 흥미를 고취할 수 있었고, 평소에 수학에 관심을 가지고 있던 학생들에게는 수학이 어떤 산업과 관련되어 있으며, 수학전공자가 어떤 직업을 가질 수 있는지 알 수 있게 되는 계기가 되어 수학의 가치를 인식할 수 있게 하였다.

동아리활동의 지도결과로 동아리 소속 학생들이 한국정보올림피아드대회에 참가하여 동상과 장려상을 수상하기도 하였다.

<p>3월 : 프로그래밍으로 무엇을 할 수 있는가? 프로그래밍 언어 소개 (C/C++, Java, VB, Ruby, Python) 정보 보안 개론</p>	<p>7월 : 다양한 수열에 대하여 학습 디스어셈블링 학습</p>
<p>4월 : 알고리즘에 대한 기본적 학습 프로그래밍에서 사용되는 알고리즘 (Dijkstra) 프로그래밍 기초 학습</p>	<p>8월 : 수열을 프로그래밍하여 구현 백트랙 가상머신 설치법 학습</p>
<p>5월 : 프로그래밍 기초 실습 조건문, 반복문 학습 (if, switch, for, while)</p>	<p>9월 : Numerical Analysis 란?</p>
<p>6월 : 자료구조 학습 (큐, 스택, 힙) 표준 함수 라이브러리 학습</p>	<p>10월 : 수열의 극한 값의 근사값 구하기 Newton - Cotes 방법 구현</p>
	<p>11월 : 벡터에 대한 학습</p>
	<p>12월 : 벡터를 이용한 공간 기하 문제 해결</p>
	<p>1월 : 개별 프로젝트 주제 선정 개별 프로젝트 진행</p>
	<p>2월 : 개별 프로젝트 발표</p>

[동아리 연간운영 계획]